

**Отборочный очный этап на общеразвивающую образовательную программу по направлению «Математика: Олимпиадный уровень» 8-9 класс, 2023 год**

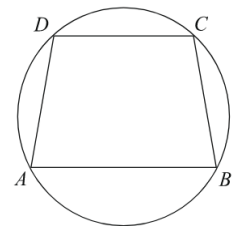
1. Найдите значение выражения  $\frac{15\sqrt[5]{28a} - 7\sqrt[7]{20a}}{2\sqrt[35]{4a}}$  при  $a > 0$ .

2. Найдите корень уравнения:  $\sqrt{-72 - 17x} = -x$ . Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.  
В

Вычислите  $\sqrt{8 + 2\sqrt{7}} - \sqrt{8 - 2\sqrt{7}}$

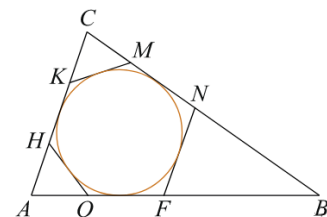
3.

4. Основания равнобедренной трапеции равны 8 и 6. Радиус описанной окружности равен 5. Центр окружности лежит внутри трапеции. Найдите высоту трапеции.



5.

К окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , проведены три касательные. Периметры отсеченных треугольников равны 6, 8, 10. Найдите периметр данного треугольника.



6.

Опорные башмаки шагающего экскаватора, имеющего массу  $m = 1260$  тонн, представляют собой две пустотелые балки длиной  $l = 18$  метров и шириной  $s$  метров каждая. Давление экскаватора на почву, выражаемое в килопаскалях, определяется формулой  $p = \frac{mg}{2ls}$ , где  $m$  – масса экскаватора (в тоннах),  $l$  – длина балок в метрах,  $s$  – ширина балок в метрах,  $g$  – ускорение свободного падения (считайте  $g = 10\text{ м/с}^2$ ). Определите наименьшую возможную ширину опорных балок, если известно, что давление  $p$  не должно превышать 140 кПа. Ответ выразите в метрах.

7.

Весной катер идёт против течения реки в  $1\frac{2}{3}$  раза медленнее, чем по течению. Летом течение становится на 1 км/ч медленнее. Поэтому летом катер идёт против течения в  $1\frac{1}{2}$  раза медленнее, чем по течению. Найдите скорость течения весной (в км/ч).

8.

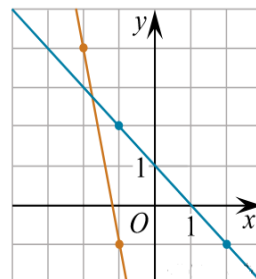
Найдите наименьшее значение функции  $y = \sqrt{x^2 - 6x + 13}$ .

9.

Угол между двумя соседними сторонами правильного многоугольника, равен  $160^\circ$ . Найдите число вершин многоугольника.

10.

На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите абсциссу точки пересечения графиков.



11.

Биатлонист 3 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 2 раза попал в мишени, а последний раз промахнулся. Результат округлите до сотых.

12. Приведите полное обоснованное решение задания.

На острове живут красные, жёлтые, зелёные и синие хамелеоны.

- В пасмурный день либо один красный хамелеон меняет окрас на жёлтый цвет, либо один зелёный хамелеон — на синий цвет.
- В солнечный день либо один красный хамелеон меняет окрас на зелёный цвет, либо один жёлтый хамелеон — на синий цвет.

В сентябре было 18 солнечных и 12 пасмурных дней. При этом количество жёлтых хамелеонов увеличилось на 5. На сколько увеличилось количество зелёных хамелеонов?

13. Приведите полное обоснованное решение задания.

У Дениса есть карточки с числами от 1 до 50. Сколько существует способов выбрать две карточки так, чтобы разность чисел на карточках равнялась 11, а произведение делилось на 5?

Порядок выбранных карточек не важен: например, способ выбора карточек с числами 5 и 16, а также способ выбора карточек с числами 16 и 5 — это один и тот же способ.

**14.** Приведите полное обоснованное решение задания.

Торговцы Андрей и Борис купили по 60 мешков картошки у одного и того же фермера. Все мешки стоили одинаково.

Андрей продал все свои мешки, увеличив их цену на 100%. Борис же сначала увеличил цену на 60%, а когда продал 15 мешков, увеличил цену ещё на 40% и продал остальные 45 мешков.

Оказалось, что Борис заработал на 1200 рублей больше Андрея. Сколько рублей стоил один мешок картошки у фермера?

**15.** Приведите полное обоснованное решение задания.

Через вершину  $A$  прямоугольника  $ABCD$  проведена прямая  $\ell$ , как изображено на рисунке. Из точек  $B$  и  $D$  опущены перпендикуляры  $BX$  и  $DY$  на прямую  $\ell$ . Найдите длину отрезка  $XY$ , если известно, что  $BX = 4$ ,  $DY = 10$ ,  $BC = 2AB$ .

